MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

REITORIA

Avenida Rio Branco, 50 – Santa Lúcia – 29056-255 – Vitória – ES

27 3357-7500

CONCURSO PÚBLICO
EDITAL Nº 03 / 2014

Professor do Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

ÍNDICE DE INSCRIÇÃO	336
CAMPUS	Serra
ÁREA/SUBÁREA/ESPECIALIDADE	Matemática

PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS | DISCURSIVA
MATRIZ DE CORREÇÃO

QUESTÃO 01

a) Um grafo G = (V,E) é um conjunto não-vazio V, cujos elementos são chamados *vértices*, e um conjunto E de *arestas*. Uma aresta é um par não-ordenado (v_i,v_j), onde v_i e v_j são elementos de V.

V = {1,2,3,4}
E = {(1,2), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)}

b) Matriz de Adjacências ou Lista de Adjacência

c) O Algoritmo de Dijkstra encontra o caminho mínimo entre dois nós.
O Algoritmo de Dijkstra segue o princípio de “algoritmo Guloso”. Partindo de um nó origem, ele encontra o menor caminho desse nó para todos os nós alcançáveis a cada iteração. Para isso é mantido um conjunto com os nós não visitados e a distância de cada nó à origem. A cada iteração um novo nó é marcado como visitado e as distâncias são atualizadas
O Algoritmo de Dijkstra não funciona com arestas negativas.

QUESTÃO 02

Definição:

Um espaço vetorial pode ser definido como uma entidade formada pelos seguintes elementos:

1. Um corpo K, ou seja, um conjunto dotado de duas operações internas com propriedades distributivas, elemento inverso, etc, cujos elementos chamaremos de escalares. Os números reais, em relação à adição e multiplicaçãoo, são um exemplo de corpo.
2. Um conjunto V dotado de uma operação binária (aqui representada pelo sinal +) de VxV em V. Os

elementos de V serão chamados de vetores.

3. Uma operaçãoo de KxV em V.
4. (u+v)+w=u+(v+w) para u, v e w que pertencem a V (associativa)
5. Há um elemento 0 pertence a V, tal que, para cada v pertencente a V, v+0=0+v=v (elemento neutro)
6. Para cada v pertencente a V, existe u pertencente a V tal que v+u=0 (elemento oposto)
7. Para cada v, u pertencente a V, u+v=v+u (comutatividade)
8. Para cada a, b pertencente a K e cada v pertencente a V, a.(b.v)=(a.b).v (associatividade da multiplicação escalar)
9. Se 1 é a unidade de K, então, para cada v pertencente a V, 1.v=v (existência do elemento neutro em V)
10. Para cada x pertencente a K e cava v, u pertencente a V, a.(v+u)=a.v+a.u (distributiva de um escalar em relação à soma de vetores)
11. Para cada a, b pertencente a K e cada v pertencente a V, (a+b).v=a.v+b.v (distributiva da soma de escalares em relação à um vetor)

Base de um espaço vetorial

Um conjunto de vetores do R^n

$B = \{v_1, v_2, v_3, \ldots , v_n\}$

É uma base de R^n se são Linearmente Independentes (LI).

Qualquer base do R^n tem sempre n vetores. Este número é chamado dimensão.

Uma razão importante para utilizer a base B para um espaço vetorial qualquer V e, em particular o R^n, é se poder estabelecer u sistema de coordenadas no espaço vetorial. No caso em que a base B de um espaço vetorial V contém n vetores, então o sistema de coordenadas fará V se parecer com R^n.

No caso em que V já for o proprio R^n, então a base B determinará um sistema de coordenadas que fornecerá uma nova visão de espaço vetorial V.

Subespaço vetorial

Seja *V* um espaço vetorial e *S* um subconjunto, que é fechado para as operações de adição e multiplicação escalar em v, isto é, se *u* e *v* pertencem a *S* e *a* pertence a *r*, então *u*+*v* pertence a *S* e *a.v* pertence a *S*, então *S* é um subespaço de *V*. Em particular, S é um Espaço Vetorial.

Exemplo:

Vários exemplos são possíveis e deveremos analisar as propostas de cada candidato.

QUESTÃO 03

a) Uma equação diferencial linear de primeira ordem é uma equação que envolve derivadas da função incógnita que depende apenas de uma única variável. É dita de 1ª ordem pois a derivada de maior ordem que aparece na expressão é a de 1ª ordem e é dita linear pois os coeficientes da função e de suas derivadas dependem apenas da variável independente e os expoentes da função e suas derivadas são iguais a um. Uma equação linear de 1ª ordem pode ser expressa na forma $y' + p(x)y = q(x)$.

b) Escolha $\mu(x)$ tal que

$$\mu(x)[y' + p(x)y] = [\mu(x)y]'$$

$$\mu(x)y' + \mu(x)p(x)y = \mu'(x)y + y'\mu(x)$$

$$\mu(x)p(x)y = \mu'(x)y$$
$$\mu(x)p(x) = \mu'(x)$$
$$p(x) = \frac{1}{\mu(x)}\mu'(x)$$
$$\int \frac{1}{\mu(x)}\mu'(x)dx = \int p(x)dx$$
$$\ln|\mu(x)| = \int p(x)dx \text{ (faça c=0)}$$
$$e^{\ln|\mu(x)|} = e^{\int p(x)dx}$$
$$\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$$

c) Dentre as aplicações destacamos o crescimento populacional e o decaimento radioativo podendo o candidato apresentar outros.

QUESTÃO 04

Sejam $f : I \to R$ uma função contínua definida num intervalo I e a um ponto em I. Considere a função $F : I \to R$,

$$F(x) = \int_a^x f(t)\,dt, \quad (x \in I),$$

expressa pela integral definida de $f(x)$ entre a e o ponto variável x. Então:

$$\frac{dF}{dx}(x) = f(x), \quad para \;\; todo \;\; x \in I,$$

ou seja, $F(x)$ é uma primitiva de $f(x)$.

Interpretação Geométrica

$$F(x+h) - F(x) = \int_a^{x+h} f(t)\,dt - \int_a^{x} f(t)\,dt$$
$$\int_a^{x+h} f(t)\,dt + \int_x^{a} f(t)\,dt$$
$$\int_x^{x+h} f(t)\,dt$$

Logo

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \frac{1}{h}\int_x^{x+h} f(t)\,dt$$

Aplicações:

Além de facilitar o cálculo da área, problema inicial da integral, o teorema fundamental do cálculo possibilita o desenvolvimento das técnicas de integração. Como a Regra da Substituição, que é a aplicação do teorema sobre a Regra da Cadeia, e a Integração por Partes, que é a aplicação do teorema sobre a Regra do Produto.

QUESTÃO 05

Equação da Elipse:

Derivando, obtém-se $y' = -\dfrac{b^2 x}{a^2 y}$

Considere o ponto de intersecção entre a reta e elipse (x^*, y^*)

A equação da reta tangente é dada por $y = -\dfrac{b^2 x^*}{a^2 y^*}(x - x_0)$

Como o ponto (x^*, y^*) pertence a reta e a elipse, tem-se o seguinte sistema.

$$\begin{cases} \dfrac{(x^*)^2}{a^2} + \dfrac{(y^*)^2}{b^2} = 1 \\ y^* = -\dfrac{b^2 x^*}{a^2 y^*}(x^* - x_0) \end{cases}$$

Resolvendo temos: $x^* = \dfrac{a^2}{x_0}$ e $y^* = \pm b\sqrt{1 - \dfrac{a^2}{(x_0)^2}}$